

جملات درست را با (ص) و جملات نادرست را با (غ) مشخص کنید

- ۱- بازه (۴ و ۵) یک همسایگی راست ۴ است. (.....)
- ۲- بازه (۲ و ۳) یک همسایگی چپ ۲ است. (.....)
- ۳- مجموعه $\{۳\}$ - (۴ و ۵) یک همسایگی ۳ است. (.....)
- ۴- حاصل حد $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x}$ برابر ∞ است. (.....)
- ۵- حد تابع $\left[\frac{1}{x}\right]$ وقتی x به سمت $-\infty$ میل می کند برابر ۱- است.

جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید

- ۱- حد تابع $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^2+1}$ برابر با است.
- ۲- حاصل حد $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi^+}{p}} \frac{1}{\sin x}$ برابر است.

به سوالات زیر پاسخ کامل دهید

- ۱- حاصل تدهای زیر را بدست آورید.

الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^p - 1}{x^p + x - p} =$

ب) $\lim_{x \rightarrow (-p)} \frac{px^p + px^p + p}{x^p + p} =$

پ) $\lim_{x \rightarrow \sqrt{p}} \frac{p - \sqrt{x-1}}{x - p} =$

ت) $\lim_{x \rightarrow p} \frac{\sqrt[p]{x} - p}{x^p - px - p} =$

الف) $\lim_{x \rightarrow p^+} \frac{px}{x - p} =$

ب) $\lim_{x \rightarrow p^+} \frac{x^p + x - p}{p - x} =$

پ) $\lim_{x \rightarrow p^-} \frac{px^p - p}{p - x} =$

ت) $\lim_{x \rightarrow p} \frac{|x| - 1}{|x - p|} =$

مای درس

گروه آموزشی عصر

۲- حاصل تدهای زیر را بدست آورید.

www.my-dars.ir

$$c) \lim_{x \rightarrow b} \frac{x - \sqrt{x-1}}{\sqrt{x^b - cx + c}} =$$

$$d) \lim_{x \rightarrow \frac{1}{b}} \frac{[x] - b}{cx^b - cx + 1} =$$

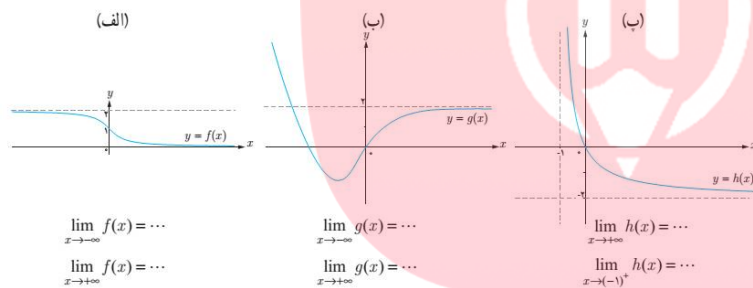
$$e) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^b + x - b}{x^b - bx^b + bx - 1} =$$

$$f) \lim_{x \rightarrow b^-} \frac{[x] - b}{x - b} =$$

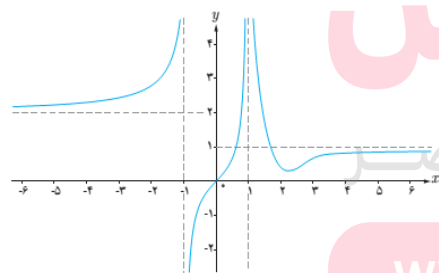
$$g) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi^+}{b}} \frac{1}{\cos x} =$$

$$h) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi^+}{b}} \tan x =$$

۱۱- با توجه به نمودار توابع، حدود خواسته شده را بنویسید.



۱۲- الف) با توجه به نمودار، حدود خواسته شده را بنویسید.



الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

ب) $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x)$

ب) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$

ت) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$

ث) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

ج) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

www.my-dars.ir

ب) مبنای های قائم و افقی را در شکل فوق بنویسید.

۵- حدود زیر را مناسبه کنید

الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(a + \frac{1}{x^p} \right) =$

ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\frac{1}{x^p} - a} =$

پ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{px^p - qx + 1}{x^p + ax - p} =$

ت) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-cx^p + dx - a}{px^p - qx^p + x} =$

ث) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{px^a - cx^p - x}{x^p - ax + 1} =$

ج) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(-\frac{1}{p}x^p + qx^p - c \right) =$

۶- اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^n + px^p + 1}{qx^q - x^p + 5} = 1$ باشد، حاصل $a + n$ را پیدا کنید.

۷- معادلات نطوط قائم و افقی هر یک از توابع زیر را در صورت وجود بدست آورید.

الف) $y = \frac{13x - 5}{x - 4}$

ب) $y = \frac{5x}{x^p - a}$

پ) $y = \frac{5 + 13x^p}{4 - x^p}$

ت) $y = 13x^p$

۸- معادلات نطوط معادلات قائم و افقی تابع $y = \frac{px - 5}{|px| - p}$ را در صورت وجود تعیین کنید.

www.my-dars.ir

۹- کدامیک از نطوط $x = 1$ و $x = -1$ معادلات نطوط قائم $f(x) = \frac{x^p - qx + p}{x^p + x - p}$ می باشند؟

۱۰- اگر $x = -۲$ و $x = ۱$ میانب های قائم $y = \frac{x+1}{-x^۲+ax+b}$ باشد، مقادیر a و b را بیابید.

۱۱- اگر $y = \frac{x^۲+mx-۲}{x^۲+n}$ تنها دارای میانب قائم $x = ۲$ باشد، مقادیر m و n را بیابید.

۱۲- وضعیت نمودار تابع $f(x) = \frac{۳x}{x^۲-x+۴}$ را در همسایگی $x = ۲$ رسم کنید.

۱۳- اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \frac{1}{۲}$ و $f(x) = \frac{ax^۲-۳x+۲}{۲x^۲+x-۳}$ باشد، $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ را پیدا کنید.

۱۴- نمودار هریک از توابع زیر را رسم کنید و سپس حدود فواسته شده را بدست آورید.

الف) $f(x) = x^۲ - ۱$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \dots$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \dots$ ، $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \dots$

ب) $g(x) = \begin{cases} ۲x + 1, & x > 0 \\ ۳, & x < 0 \end{cases}$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \dots$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \dots$

مای داریس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

پاسخنامه فصل سوم : حد بی نهایت و حد در بی نهایت

جملات درست را با (ص) و جملات نادرست را با (غ) مشخص کنید

۱- (ص)

۲- (غ)

۳- (ص)

۴- (ص)

۵- (ص)

جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید

۱- صفر

۲- یک

به سوالات زیر پاسخ کامل دهید

۱- حاصل نهادهای زیر را بدست آورید.

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^p - 1}{x^p + x - p} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{(x+p)(x-1)} = \frac{p}{p}$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow (-p)} \frac{px^p + px^p + p}{x^p + p} = \lim_{x \rightarrow (-p)} \frac{(x+p)(px^p - x + p)}{(x+p)(x^p - px + p)} = \frac{p}{p} = 1$$

$$\text{پ) } \lim_{x \rightarrow \delta} \frac{p - \sqrt{x-1}}{x - \delta} = \lim_{x \rightarrow \delta} \frac{p - \sqrt{x-1}}{x - \delta} \times \frac{p + \sqrt{x-1}}{p + \sqrt{x-1}} = \lim_{x \rightarrow \delta} \frac{p - (x-1)}{(x - \delta)(p + \sqrt{x-1})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \delta} \frac{-(x - \delta)}{(x - \delta)(p + \sqrt{x-1})} = \lim_{x \rightarrow \delta} \frac{-1}{p + \sqrt{x-1}} = -\frac{1}{p}$$

$$\text{ت) } \lim_{x \rightarrow \lambda} \frac{\sqrt[p]{x} - p}{x^p - \gamma x - \lambda} = \lim_{x \rightarrow \lambda} \frac{\sqrt[p]{x} - p}{x^p - \gamma x - \lambda} \times \frac{\sqrt[p]{x^p} + p\sqrt[p]{x} + p}{\sqrt[p]{x^p} + p\sqrt[p]{x} + p} = \lim_{x \rightarrow \lambda} \frac{x - p}{(x - \lambda)(\sqrt[p]{x^p} + p\sqrt[p]{x} + p)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \lambda} \frac{1}{(x - \lambda)(\sqrt[p]{x^p} + p\sqrt[p]{x} + p)} = \frac{1}{\lambda \times (p + p + p)} = \frac{1}{3\lambda}$$

۲- حاصل نهادهای زیر را بدست آورید.

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow \delta^+} \frac{px}{x - \delta} = \frac{p \times \delta}{\delta^+ - \delta} = \frac{+p}{\delta^+} = +\infty$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow p^+} \frac{x^p + x - \delta}{p - x} = \frac{p^p + p - \delta}{p - p^+} = \frac{+\gamma}{\delta^-} = -\infty$$

$$\text{پ) } \lim_{x \rightarrow p^-} \frac{px^p - q}{p - x} = \frac{p(p)^p - q}{p - p^-} = \frac{-1}{\delta^+} = -\infty$$

$$\text{ت) } \lim_{x \rightarrow p} \frac{|x| - 1}{|x - p|} = \frac{|p| - 1}{|p - p|} = \frac{+1}{\delta^+} = +\infty$$

$$\text{ث) } \lim_{x \rightarrow \nu} \frac{x - \sqrt{x-1}}{\sqrt{x^\nu - \nu x + 1}} = \lim_{x \rightarrow \nu} \frac{x - \sqrt{x-1}}{\sqrt{(x-\nu)^\nu}} = \lim_{x \rightarrow \nu} \frac{x - \sqrt{x-1}}{|x-\nu|} = \frac{\nu - \sqrt{\nu-1}}{|\nu-\nu|} = \frac{+1}{0^+} = +\infty$$

$$\text{ج) } \lim_{x \rightarrow \frac{1}{\nu}} \frac{[x] - \nu}{\nu x^\nu - \nu x + 1} = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{\nu}} \frac{[x] - \nu}{(\nu x - 1)^\nu} = \frac{\left[\frac{1}{\nu}\right] - \nu}{\left(\nu \times \frac{1}{\nu} - 1\right)^\nu} = \frac{-\nu}{0^+} = -\infty$$

$$\text{د) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^\nu + x - \nu}{x^\nu - \nu x^\nu + \nu x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+\nu)(x-1)}{(x-1)(x^\nu - \nu x + 1)} = \frac{+\nu}{0^+} = +\infty$$

$$\text{ه) } \lim_{x \rightarrow \nu^-} \frac{[x] - \nu}{x - \nu} = \frac{[\nu^-] - \nu}{\nu^- - \nu} = \frac{\nu - \nu}{0^-} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$$

$$\text{و) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{\nu}^+} \frac{1}{\cos x} = \frac{1}{\cos\left(\frac{\pi^+}{\nu}\right)} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

$$\text{ز) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{\nu}^+} \tan x = \tan\left(\frac{\pi^+}{\nu}\right) = -\infty$$

۱۲- با توجه به نمودار توابع، حدود خواسته شده را بنویسید.

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \nu, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \nu$$

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = -\nu, \quad \lim_{x \rightarrow (-1)^+} h(x) = +\infty$$

۱۳- با توجه به نمودار، حدود خواسته شده را بنویسید.

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \nu \quad \text{و} \quad \text{ب) } \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = +\infty$$

$$\text{پ) } \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = -\infty \quad \text{ت) } \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$$

$$\text{ث) } \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty \quad \text{ج) } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$$

$$\text{مجاذب قائم: } x = 1, x = -1 \quad \text{مجاذب افقی: } y = 1, y = \nu$$

۱۴- حدود زیر را مناسبه کنید.

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(a + \frac{\gamma}{x^\nu}\right) = a + \frac{\gamma}{(-\infty)^\nu} = a + 0 = a$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\nu + \frac{1}{x^\nu}}{\frac{\mu}{x} - \delta} = \frac{\nu + \frac{1}{+\infty}}{\frac{\mu}{+\infty} - \delta} = \frac{\nu + 0}{0 - \delta} = \frac{\nu}{-\delta}$$

www.my-dars.ir

$$\text{پ) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\nu x^\nu - \mu x + 1}{x^\nu + \delta x - \mu} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^\nu (\nu - \frac{\mu}{x} + \frac{1}{x^\nu})}{x^\nu (1 + \frac{\delta}{x} - \frac{\mu}{x^\nu})} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\infty (\nu - \frac{\mu}{-\infty} + \frac{1}{+\infty})}{\infty (1 + \frac{\delta}{-\infty} - \frac{\mu}{+\infty})} = \frac{\nu - 0 + 0}{1 - 0 + 0}$$

$$= \frac{\nu}{1} = \nu$$

$$\text{ت) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\zeta x^\nu + \gamma x - \alpha}{\nu x^\nu - \kappa x^\nu + x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^\nu (-\zeta + \frac{\gamma}{x^\nu} - \frac{\alpha}{x^\nu})}{x^\nu (\nu - \frac{\kappa}{x} + \frac{1}{x^\nu})} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\infty (-\zeta + \frac{\gamma}{+\infty} - \frac{\alpha}{-\infty})}{\infty (\nu - \frac{\kappa}{-\infty} + \frac{1}{+\infty})}$$

$$= \frac{-\zeta + 0 - 0}{\nu - 0 + 0} = \frac{-\zeta}{\nu} = -\mu$$

$$\text{ث) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\mu x^\delta - \zeta x^\nu - x}{x^\nu - \delta x + 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\infty (\nu - \frac{\zeta}{x^\nu} - \frac{1}{x^\nu})}{\infty (1 - \frac{\delta}{x} + \frac{1}{x^\nu})} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^\nu (\nu - \frac{\zeta}{x^\nu} - \frac{1}{x^\nu})}{(1 - \frac{\delta}{x} + \frac{1}{x^\nu})} = +\infty$$

$$\text{ج) } \lim_{x \rightarrow +\infty} (-\frac{1}{\nu} x^\nu + \gamma x^\nu - \zeta) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^\nu (-\frac{1}{\nu} + \frac{\gamma}{x} - \frac{\zeta}{x^\nu}) = \lim_{x \rightarrow +\infty} -\frac{1}{\nu} x^\nu = -\infty$$

۶- اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^n + \nu x^p + 1}{\mu x^q - x^p + \delta} = \mu$ باشد حاصل $a + n$ را پیدا کنید.

نکته ۱: چون حاصل عدد می باشد پس درجه صورت و مخرج یکسان است: $n = q$

نکته ۲: حاصل تقسیم ضریب بالاترین درجه صورت و ضریب بالاترین درجه مخرج که هم درجه هستند برابر μ می باشد.

$$\frac{a}{\mu} = \mu \rightarrow a = \mu^2 : a + n = \mu^2 + q = \mu^2 + \mu^2 = 2\mu^2$$

۷- میانج های قائم و افقی هریک از توابع زیر را در صورت وجود بدست آورید.

الف) $y = \frac{\mu x - \delta}{x - \kappa}$

ب) $y = \frac{\delta x}{x^\nu - \alpha}$

میانج قائم: $x - \kappa = 0 \rightarrow x = \kappa$

میانج قائم: $x^\nu - \alpha = 0 \rightarrow x = \mu, x = -\mu$

میانج افقی: $y = \mu$

میانج افقی: $y = 0$

پ) $y = \frac{\delta + \mu x^\nu}{\kappa - x^\nu}$

ت) $y = \mu x^\mu$

میانج قائم: $\kappa - x^\nu = 0 \rightarrow x = \mu, x = -\mu$

ندارد: میانج قائم

میانج افقی: $y = -\mu$

ندارد: میانج افقی

www.my-dars.ir

۸- معادلات خطوط مماس قائم و افقی تابع $y = \frac{\nu x - 5}{|\nu x| - \mu}$ را در صورت وجود تعیین کنید.

$$x \geq 0 \rightarrow \nu x \geq 0 \rightarrow y = \frac{\nu x - 5}{\nu x - \mu} \rightarrow \text{مماس قائم: } x = \frac{\mu}{\nu} \text{ و } y = 1$$

$$x < 0 \rightarrow \nu x < 0 \rightarrow y = \frac{\nu x - 5}{-\nu x - \mu} \rightarrow \text{مماس افقی و } y = -1 \text{ و } x = -\frac{\mu}{\nu}$$

۹- کدامیک از خطوط $x = 1$ و $x = -\nu$ مماس های قائم $f(x) = \frac{x^{\nu} - \mu x + \mu}{x^{\nu} + x - \nu}$ می باشند؟

$$f(x) = \frac{x^{\nu} - \mu x + \mu}{x^{\nu} + x - \nu} = \frac{(x - \mu)(x - 1)}{(x + \nu)(x - 1)} \rightarrow \text{مماس قائم است } x = -\nu$$

۱۰- اگر $x = 1$ و $x = -\nu$ مماس های قائم $y = \frac{x+1}{-x^{\nu} + ax + b}$ باشد، مقادیر a و b را بیابید.

$$-x^{\nu} + ax + b = 0$$

$$x = -\nu: -\nu^{\nu} - \nu a + b = 0 \rightarrow -\nu a + b = \nu^{\nu}$$

$$x = 1: -1 + a + b = 0 \rightarrow a + b = 1 \rightarrow \begin{cases} -\nu a + b = \nu^{\nu} \\ a + b = 1 \end{cases} : a = -1, b = \nu$$

۱۱- اگر $y = \frac{x^{\nu} + mx - \nu}{x^{\nu} + n}$ تنها دارای مماس قائم $x = \nu$ باشد، مقادیر m و n را بیابید.

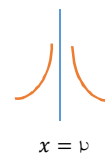
$$x = \nu \rightarrow x^{\nu} + n = 0 \rightarrow \nu^{\nu} + n = 0 \rightarrow n = -\nu^{\nu}$$

$$y = \frac{x^{\nu} + mx - \nu}{x^{\nu} + n} = \frac{x^{\nu} + mx - \nu}{x^{\nu} - \nu^{\nu}} = \frac{x^{\nu} + mx - \nu}{(x - \nu)(x + \nu)}$$

$$x = -\nu: (-\nu)^{\nu} - \nu m - \nu = 0 \rightarrow m = 1$$

۱۲- وضعیت نمودار تابع $f(x) = \frac{\mu x}{x^{\nu} - \mu x + \mu}$ را در همسایگی $x = \mu$ رسم کنید.

$$\lim_{x \rightarrow \mu} f(x) = \lim_{x \rightarrow \mu^{\pm}} \frac{\mu x}{x^{\nu} - \mu x + \mu} = \lim_{x \rightarrow \mu^{\pm}} \frac{\mu x}{(x - \mu)^{\nu}} = \frac{+\infty}{0^{+}} = +\infty$$



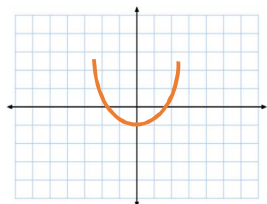
۱۳- اگر $f(x) = \frac{ax^{\nu} - \mu x + \nu}{\nu x^{\nu} + x - \mu}$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \frac{1}{\nu}$ باشد، $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ را پیدا کنید.

$$\frac{a}{\nu} = \frac{1}{\nu} \rightarrow a = 1$$

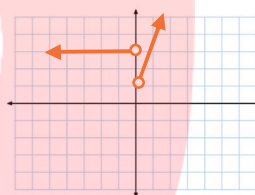
$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1x^{\nu} - \mu x + \nu}{\nu x^{\nu} + x - \mu} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x - \nu)}{(x - 1)(\nu x + \mu)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - \nu)}{(\nu x + \mu)} = \frac{-1}{5}$$

۱۴- نمودار هریک از توابع زیر را رسم کنید و سپس حدود خواسته شده را بدست آورید.

الف) $f(x) = x^2 - 1$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -1$



ب) $g(x) = \begin{cases} x + 1, & x > 0 \\ \frac{1}{x}, & x < 0 \end{cases}$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = 0$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$



مای دارس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir